Mathématiques http://matheleve.com/	**PRIMITIVES**	*Class : 4éme* *Prof : Chortani*

I°/ Condition d'existence d'une primitive à une fonction f :

- Soit f une fonction définie sur un intervalle I.

Une fonction F définie et dérivable sur I est une primitive de f sur I si :

$$\forall\, x \in I \Rightarrow F'(x) = f(x)$$

Théorème:

Toute fonction continue (dérivable) sur un intervalle I admet une primitive sur I.

II°/ Non unicité de la primitive :

Théorème :

Soit F une primitive de f sur un intervalle I alors G est une autre primitive de f sur un intervalle I si et seulement si : G(x) = F(x) + k

Exemples :

- Soit $f(x) = 3x^2 - 2x + 4$; les primitives F de f seront du type : $F(x) = x^3 - x^2 + 4x + k$ où $k \in \mathbb{R}$.
- Soit $g(x) = 4x^4 - 3x^2 + 3x+2$; les primitives G de g seront du type : $G(x) = \frac{4}{5}x^5 - x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 2x + k$ où $k \in \mathbb{R}$

Détermination de la valeur de k :

- Soit f une fonction définie et continue (dérivable) sur I et F_k l'ensemble des primitives de f.

- Soit x_o un élément de I et y_o un réel quelconque ; alors il existe un unique k, c'est-à-dire une unique primitive F, tel que : $F(x_o) = y_o$

En d'autres termes, pour déterminer k, il faut connaître, pour un x_o donnée de I, la valeur de $F(x_o)$.

III°/Propriétés de calculs sur les primitives :

- Soit I un intervalle ;
- f et g deux fonctions continues sur I ;
- F et G deux primitives respectives de f et g.

Alors :

- k.F est une primitive de k.f (pour tout réel k)
- F + G est une primitive de f + g

1°/ Fonctions usuelles :

Fonctions usuelles	
f(x)	F(x)
a	ax +k
x	$\frac{1}{2}x^2 + k$
x^n ,$n \in \mathbb{Z}$ $n \neq -1$	$\frac{1}{n+1}x^{n+1} + k$
$\frac{1}{x^2}$	$-\frac{1}{x} + k$
$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x} + k$
Sin x	– Cos x + k
Cos x	Sin x + k

Formules usuelles :

- Soient u et v deux fonctions continues et dérivables sur I ;
- U et V des primitives de u et v sur I ;
- u' et v' les fonctions dérivées de u et v.

Formules usuelles	
f	F
u + v	U + V
ku	kU
$u^n \times u'$ $n \in \mathbb{Z}$ $n \neq -1$	$\frac{1}{n+1}u^{n+1} + k$
$\frac{u'}{u^2}$	$-\frac{1}{u} + k$
$\frac{u'}{\sqrt{u}}$	$2\sqrt{u} + k$
$u' \times$ Sin u	– Cos u + k
$u' \times$ Cos u	Sin u + k